Äquivalent zum entsprechenden Ansatz in der Ortsdarstellung (6.7)

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N; t) = \\ \sum_{E'_1} \sum_{E'_2} \ldots \sum_{E'_N} A(E'_1, E'_2, \ldots, E'_N; t) u_{E'_1}(\mathbf{r}_1)\, u_{E'_2}(\mathbf{r}_2) \cdots u_{E'_N}(\mathbf{r}_N)$$

kann ein beliebiger Bosonenzustand für ein System mit Wechselwirkung in der Form

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{n_\infty=0}^{\infty} \tilde{A}(n_1, n_2, \ldots, n_\infty; t)\, |n_1, n_2, \ldots, n_\infty\rangle \tag{6.29}$$

mit

$$\sum_{k=1}^{\infty} n_k \stackrel{!}{=} N$$

angeschrieben werden, wobei die Koeffizientenfunktion durch die Dgl. (6.25) bestimmt wird:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{A}(n_1, \ldots, n_\infty; t) = \sum_E n_E \langle E|\, \hat{O}\, |E\rangle\, \tilde{A}(n_1, \ldots, n_\infty; t) + \\ \sum_E \sum_{\neq W} \langle E|\, \hat{O}\, |W\rangle \sqrt{n_E}\sqrt{n_W + 1}\tilde{A}(n_1, \ldots, n_E - 1, \ldots, n_W + 1, \ldots, n_\infty; t) + \ldots$$

Wie sieht die Ortsdarstellung des Diracvektors $|n_1 \cdots n_\infty>$ aus?

In diesem Abschnitt geht es um die Berechnung von

$$< \mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_N | n_1 \cdots n_\infty > :$$

- Aus Glg. (6.29) folgt sofort die Glg. (6.30):

$$\begin{aligned} < \mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_N | \Psi(t) > &\equiv \Psi(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_N; t) \\ &= \sum_{n_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{n_\infty=0}^{\infty} \tilde{A}(n_1, n_2, \ldots, n_\infty; t) < \mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_N | n_1 \ldots n_\infty > \end{aligned}$$

- Andererseits geht man von der Glg. (6.7) aus, also von

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N; t) = \sum_{E_1'} \sum_{E_2'} \ldots \sum_{E_N'} A(E_1', E_2', \ldots, E_N'; t) u_{E_1'}(\mathbf{r}_1)\, u_{E_2'}(\mathbf{r}_2) \cdots u_{E_N'}(\mathbf{r}_N).$$

- Diese Entwicklung enthält eine N-fach-Summe, welche alle Kombinationen der Einteilchen-Quantenzahlen $E_1 \cdots \varepsilon_N$ umfasst.

  Dieselbe Mannigfaltigkeit kann erreicht werden, wenn man eine *beliebige* Folge von E_1 bis E_N hernimmt und diese allen Permutationen unterwirft. Damit hat man alle Möglicheiten berücksichtigt, die zu der bestimmten Folge von Besetzungszahlen n_1 bis n_∞ gehören. Nun muss nur noch über alle Kombinationen der n_i aufsummiert werden.

  Auf diese Weise ergibt sich

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N; t) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} \ldots \sum_{n_\infty} A(E_1, E_2, \ldots, E_N; t) \sum_{\nu} P_\nu \{u_{E_1}(\mathbf{r}_1)\, u_{E_2}(\mathbf{r}_2) \cdots u_{E_N}(\mathbf{r}_N)\} \;.$$

- Ersetzt man hier die Koeffizientenfunktion A durch die Funktion $\tilde{A}$ [s. Glg. (6.17), so erhält man den Ausdruck

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \ldots, \mathbf{r}_N; t) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} \ldots \sum_{n_\infty} \tilde{A}(n_1, n_2, \ldots, n_\infty; t) \times \sqrt{\frac{n_1! \cdots n_\infty!}{N!}} \sum_{\nu} P_\nu \{u_{E_1}(\mathbf{r}_1)\, u_{E_2}(\mathbf{r}_2) \cdots u_{E_N}(\mathbf{r}_N)\} \;,$$

  wobei die rot markierten Teile bereits in Glg. (6.30) vorkommen. Der weitere Vergleich ergibt sofort die Glg. (6.31):

$$< \mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N | n_1, n_2, \ldots, n_\infty >= \sqrt{\frac{n_1! \cdots n_\infty!}{N!}} \sum_{\nu} \{P_\nu u_{E_1}(\mathbf{r}_1)\, u_{E_2}(\mathbf{r}_2) \cdots u_{E_N}(\mathbf{r}_N)\} \;.$$