

Wirkung des dielektrischen RPA-Funktion:

In dieser Zusammenfassung soll Ihnen klar gemacht werden, in welcher Weise ein homogenes Elektronengas Energie aufnehmen kann.

Basis dieser Diskussion ist die Glg. (1.55) im Skriptum:

$$W(\mathbf{q}, \omega) = \frac{V(\mathbf{q})}{\kappa(\mathbf{q}, \omega)}.$$

Im Fourierraum kann die Wirkung der Elektron-Elektron-Interaktion auf das "nackte" Coulomb-Potential durch den Faktor

$$\frac{1}{\kappa(\mathbf{q}, \omega)}$$

beschrieben werden. Der stärkste Einfluß auf die Fourier-Transformierte des effektiven Potentials $W(\mathbf{q}, \omega)$ wird dann erfolgen, wenn die energieabhängige und komplexwertige dielektrische Funktion $\kappa(\mathbf{q}, \omega)$ verschwindet. Wie auf den Seiten 27f im Skriptum beschrieben, kann das Elektronengas im Fall

$$\Re(\kappa(\mathbf{q}, \omega)) = \Im(\kappa(\mathbf{q}, \omega)) = 0$$

so viel an Anregungsenergie aufnehmen, daß es zu **kollektiven Schwingungszuständen (Plasmaschwingungen)** der Elektronen kommt.

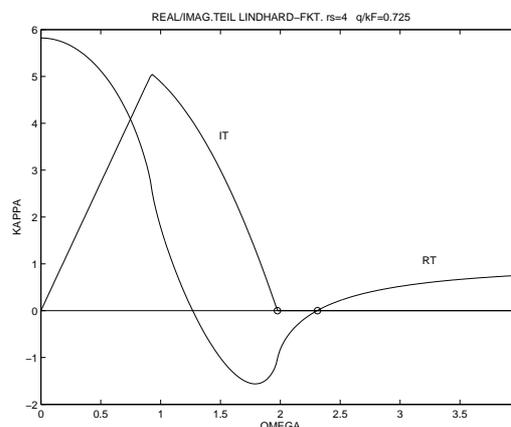
Im Quasiteilchen-Bild der Vielteilchen-Quantenmechanik spricht man von einer **Plasmonen-Anregung** des Elektronengases (diese kann wegen der hohen Anregungsenergie von ca. 5 bis 25 eV nicht thermisch erfolgen).

Ich werde im Abschnitt 1.7 des Skriptums demonstrieren, daß die Größe, auf die es bei dieser Diskussion ankommt, weniger die Inverse der dielektrischen Funktion ist, sondern deren Imaginärteil. Aus diesem Grund steht in der folgenden Bilderserie (für $r_s=4$ Bohr) die Größe

$$\Im \left(\frac{1}{\kappa(\mathbf{q}, \omega)} \right)$$

(in der hier besprochenen RP-Näherung) im Mittelpunkt.

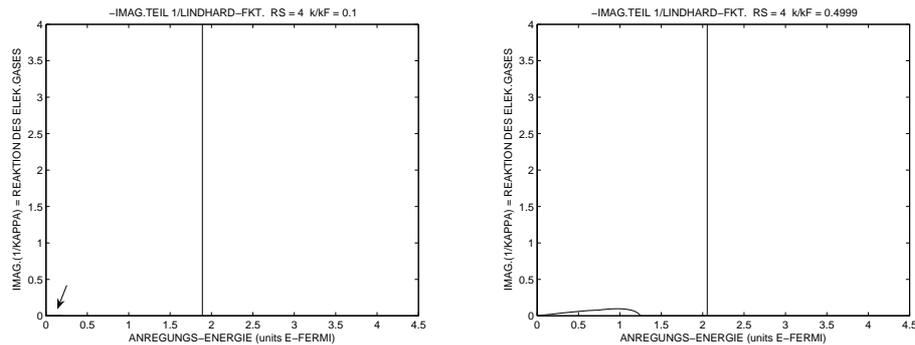
Zu Beginn noch ein Zitat aus dem Skriptum (Abb. 1.3) mit der grafischen Darstellung des Real- und Imaginärteils von $\kappa^{RPA}(\mathbf{q}, \omega)$ als Funktion von ω für die Wellenzahl $q/k_F=0.725$:



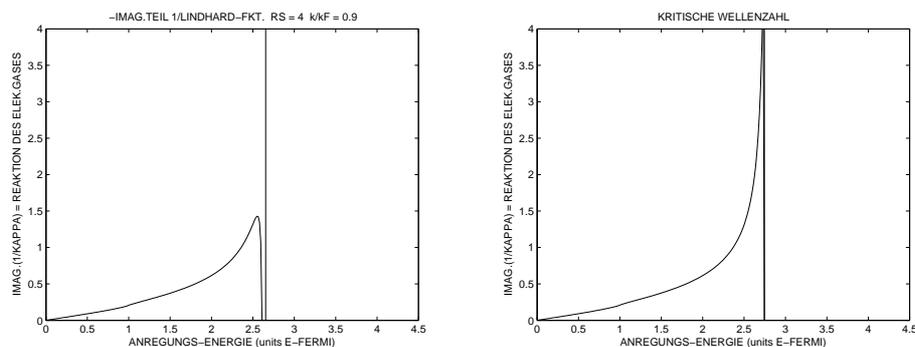
Der Imaginärteil von κ^{RPA} ist nur für einen endlichen ω -Bereich von Null verschieden, und zwar (lt. den Formeln (1.60) auf S. 25f des Skriptums) zwischen $\omega_{min}=0$ und $\omega_{max}(\mathbf{q}) = qv_0 + \hbar q^2/(2m)$. Außerhalb dieses Bereiches ist $\Im(\kappa^{RPA}(\mathbf{q}, \omega))$ identisch Null.

Der Realteil dieser Funktion besitzt zwei Nullstellen, wovon die zweite die physikalisch interessantere ist: diese befindet sich beim gegebenen q außerhalb des "aktiven" Bereiches von $\Im(\kappa)$, sodaß an diesem Punkt eine **ungestörte (ungedämpfte) Plasmonen-Anregung** geschehen kann.

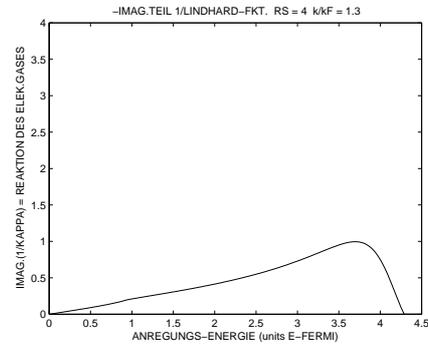
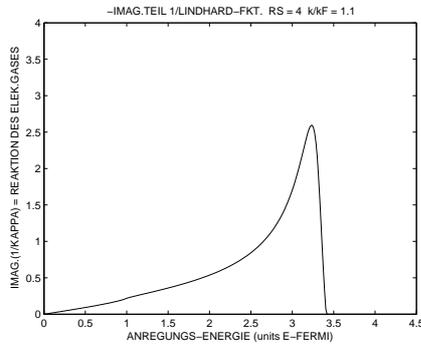
Solch eine kollektive Anregung des Elektronengases wird in den folgenden Bildern von $-\Im(1/\kappa(\mathbf{q}, \omega))$ als Funktion von ω durch eine vertikale Linie dargestellt:



Für kleine und mittlere Wellenzahlen (links: $q/k_F=0.1$, rechts: $q/k_F=0.5$) dominiert im Anregungsspektrum die Plasmonenanregung, wobei die Anregungsenergie mit steigendem q zunimmt. Die Anregungsprofile haben auch noch einen sog. **kontinuierlichen Anteil** zwischen $\omega=0$ und $\omega_{max}(q)$, jedoch ist dieser Anteil für $q/k_F=0.1$ winzig (s. den Pfeil in der Zeichnung) und auch für $q/k_F=0.5$ relativ unbedeutend.



Für etwas größere Wellenzahlen hat sich die Situation wesentlich geändert: weil $\omega_{max}(q)$ mit steigendem q bedeutend schneller zunimmt als die Plasmonen-Energie $\omega_p(q)$, **holt der kontinuierliche Anteil von $\Im(1/\kappa(q, \omega))$ die Plasmonen-Linie ein**. In linken Bild ($q/k_F=0.9$) ist dies schon fast geschehen, und das rechte Bild zeigt, wie der "kontinuierliche Anteil" die ungedämpfte Plasmonen-Linie bei der sog. **kritischen Wellenlänge** (in unserem Testfall ist $q/k_F = 0.95$) gerade "verschluckt" (vgl. dazu auch im Skriptum die Abb. 1.3, Mitte).



Die beiden letzten Bilder zeigen nun das weitere Schicksal der kollektiven Plasmonen-Anregung für Wellenvektoren, deren Beträge größer sind als die kritische Wellenlänge. Im linken Bild sehen Sie, daß nach dem Eindringen der ungedämpften Plasmonen-Linie in den kontinuierlichen Bereich immer noch ein ausgeprägtes Maximum existiert, welches jedoch - s. rechtes Bild - für größere q/k_F -Werte rasch verschwindet: physikalisch bedeutet dies, daß die Plasmonen-Schwingung durch die Wirkung des kontinuierlichen Anteils mehr und mehr gedämpft wird, bis die kollektive Anregung des Elektronengases in zahlreiche unkorrelierte Einzelanregungen (= Bildung und Rekombination einzelner Elektron-Loch-Paare) zerfällt.

Aus dieser Überlegung folgt auch die Interpretation des kontinuierlichen Anteils von $\Im(1/\kappa(q, \omega))$ als die *electron-hole scattering contribution*.

Alle diese Informationen sollen Sie in die Lage versetzen, die Abb. 1.4 im Skriptum besser zu verstehen.