9. Maximum Entropie

19) Gesucht seien die Wahrscheinlichkeiten p_i eines Würfels, von dem die unteren drei Momente

$$\mu_\nu = \sum_{i=1}^{6} p_i \, i^\nu \quad , \qquad \nu = 0, 1, 2$$

bekannt seien.

a) Wie lautet die MaxEnt Lösung p_i^{ME}.

b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm zur numerischen Bestimmung der Lagrange-Parameter.
Hierbei empfiehlt es sich, anstelle der zwei Nebenbedingungen

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^{6} p_i^{ME} i - \mu_1 = 0 \qquad \Phi_2 = \sum_{i=1}^{6} p_i^{ME} i^2 - \mu_2 = 0$$

nur die eine (zu beiden obigen äquivalente) Nebenbedinung

$$\Phi = \left(\sum_{i=1}^{6} p_i^{ME} i - \mu_1 \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{6} p_i^{ME} i^2 - \mu_2 \right)^2 = 0$$

zu verwenden und nur für diese das Minimum zu suchen ($fminsearch$ in Matlab).

c) Testen Sie das Programm, indem Sie nachfolgende Wahrscheinlichkeiten p_i vorgeben und die zugehörigen Momente μ_ν verwenden, um daraus die Maximum Entropie Lösungen p_i^{MaxEnt} zu bestimmen.

* $p_i = \{\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\}$;
* $p_i = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0, 0\}$;
* $p_i = \{\frac{1}{21}, \frac{2}{21}, \frac{3}{21}, \frac{4}{21}, \frac{5}{21}, \frac{6}{21}\}$;